



TITLE:

13.核物質における"固化"(基研長期研究計画「量子固体」,研究会報告)

AUTHOR(S):

玉垣, 良三

CITATION:

玉垣, 良三. 13.核物質における"固化"(基研長期研究計画「量子固体」,研究会報告). 物性研究 1977, 28(6): F58-F65

ISSUE DATE:

1977-09-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89395>

RIGHT:

- 6) S. V. Hering, S. W. Van Sciver, and O. E. Vilches, J. Low Temp. Phys. **25**, 793 (1976).
- 7) K. Carneiro, W. D. Ellenson, L. Passell, J. P. McTague, and H. Taub, Phys. Rev. Letters **37**, 1695 (1976).
- 8) N. D. Mermin, Phys. Rev. **176**, 250 (1968).
- 9) B. P. Cowan, M. G. Richards, and A. K. Thomson, Phys. Rev. Letters **38**, 165 (1977)
及び物性研蒼原研の佐藤氏による実験の中間報告。
- 10) F. Iwamoto and H. Namaizawa, Prog. Theor. Phys. Suppl. **37/38**, 234 (1966); *ibid*, **45**, 682 (1971); H. Namaizawa, Prog. Theor. Phys. **48**, 709 (1972); J. Low, Temp. Phys. **22**, 335 (1976)
- 11) H. Namaizawa, to be published.

核物質における“固化”

京大理 玉 垣 良 三

核力が、少くとも相対 S 状態で斥力 core をもつということから、斥力 core + その周辺の引力という共通の性質を有する He 系が量子固体の相を持つ事との類推に立って、高密度の核物質の固化の可能性が指摘された。¹⁾ この理論的類推とベラ・パルサー (中性子星) の “glitch” 現象の解釈のために中性子星の中心部での核力による固化という現象論的モデルの提唱²⁾ が、核物質での固化の研究の動機となった。既に、20 数篇の論文が 1970 年頃より出されている。これらの研究で明らかになってきた点と核力のテンソル力の第一次的効果が発現した相としての特定のスピン秩序をもった一次元的局在の相 — 広い意味での固体の意味で“固体” とかく — について報告する。

1. 斥力 core の “caging” 機構による固化

若し、核物質 (現実的には中性子星の高密度領域にかかわる問題なので、高密度成分をなす中性子だけの物質を考えている) が、He 系と同様な機構で固化すると、その原因は斥力 core による geometrical “caging” の機構であると言えよう。このような類推に

はじまって、主に He 系の研究にならって行ってきた研究では、種々の近似及び核力の選択の幅があって必ずしも結論は一致しなかった。そこで Bethe は、核力は標準的な soft core(具体的には Yukawa 型を選択) のみを取り、粒子の統計性も扱い易いもので計算することを共通の課題とすることを提唱した。これは、固化の主要原因が斥力 core である事、He 系の固化が統計性に大きく依存することがない事から妥当な提案であろう。最近、この方向での研究は、一つの結論をえたと思える。答は、核力の soft core は、geometrical “caging” で固化をおこす程に強くない (steep でない) という否定的なものである。以下、この点でたしかな結論を出した計算を二例あげる。

(i) Ceperley, Chester and Kalos³⁾ のモンテ・カルロ計算。採用したポテンシャルは、

$$V_{\text{core}}(r) = \epsilon \exp [-r_{ij}/\sigma] / r_{ij}$$

$$(a) \quad \epsilon = 5725 \text{ MeV} \cdot \text{fm}, \quad \sigma^{-1} = 4.1 \text{ fm}^{-1}$$

$$(b) \quad \epsilon = 9263 \text{ MeV} \cdot \text{fm}, \quad \sigma^{-1} = 4.9 \text{ fm}^{-1}$$

であり、統計性は Bose をとっている。変分関数として、lattice configuration $\{\vec{R}_J\}$ に対して、

$$\Psi(\{\vec{R}_J\}) = \prod_{i < j} \exp [-u(r_{ij})] \cdot \prod_k \exp [-\chi(r_k)]$$

をとり、short-range correlation を与える factor に

$$u(r) = A \exp [-Br] / r \cdot (1 - e^{-r/D})$$

をとっている。第 2 の factor は、lattice point $\{\vec{R}_J\}$ のまわりの Gauss 局在 $\chi_G(\vec{r}) = C(\vec{r} - \vec{R}_J)^2$ と $k = 2\pi/a$ (a ; lattice spacing) の波数の $\chi_E(\vec{r}) = C/k^2 \cdot (\cos kx \cos ky + \cos kx \cos kz + \cos ky \cos kz)$ の二通りをとって、粒子当りのエネルギー E/N を求める。 $\Psi(\{\vec{R}_J\})$ を simulate するのに、密度 $\rho < 50 \rho_0$ (ρ_0 は標準核密度で 0.18 fm^{-3}) の領域で 54 個の系でよく bulk properfies が出せることを確かめている。 E/N は $C = 0$ (液相) より単調に増加し、固化の兆候はないというのが結論である。

(ii) Lowy and Woo の変分計算⁴⁾。用いたポテンシャルは前出 (i-b) であり、Bose

統計をとる。 ${}^4\text{He}$ の場合には、液相 \rightarrow 固相の転移点で、相関関数の適当な選択で固相のエネルギーが特徴的な gain をすることが示されている。この方法中性子系に適用したところ、固相への転移の兆候はえられていない。斥力 core に引力を附加しても、結論は変らない。

これらの研究は、物性の量子固体を手がけて、また研究者がその経験を生かして行ったものである。この種の研究は、hard core potential の場合にも行なわれている。⁵⁾ まず、band core のみの Bose 系を core 半径 σ を unit にして、液相、固相のエネルギーを求め、比較より転移の密度 $\rho_s = (0.25 \pm 0.2)/\sigma^3$ 、圧力 $P_s = (4 \pm 1) \hbar^2/M\sigma^5$ 、 $(E/N)_{\rho_s} = (8.2 \pm 0.2) \hbar^2/M\sigma^2$ (M は粒子質量) と、He 系の研究で得られたものが使える。ここで $\sigma = 0.5 \text{ fm}$ (核力の core 半径)、 $M = 940 \text{ MeV}$ (核子質量) を入れると、 $\rho_s \cong 3 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3 \cong 10 \rho_0$ 、 $P_s \cong 8 \times 10^{30} \text{ atm}$ 、 $(E/N)_{\rho_s} \cong 1400 \text{ MeV/nucleon}$ となる。これに、引力の効果、Fermi 統計性の補正 (近似的評価では小さい) を加えて、 $\rho_s = (2.9 \pm 0.5) \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ 、 $P_s = (4.7 \pm 1) \times 10^{30} \text{ atm}$ 、 $(E/N)_{\rho_s} = 800 \text{ MeV/nucleon}$ である。このことは、hard core ならば $\rho_s \sim 10 \rho_0$ で固化は起るということの意味する。

以上の計算では、核力の状態依存性は無視され、スピン平均の簡単な中心力ポテンシャルが用いられている。核力の状態依存性を取入れるのには、t 行列の方法が望ましい。岩本、生井沢⁶⁾ によって He 系の固相の記述に先鞭がつけられたこの方法は、He 系では有効であった。これを中性子系に用いたところ、局在のない方がエネルギーが下るという結果が、soft core の場合にえられている。^{7), 8)}

結局、核力の斥力 core がそれ程 steep でなくてもよいところが、事情を複雑にする。

2. テンソル力による一次元的“固化”

核力に特有な状態依存の力 (テンソル力とスピン軌道結合力を合わせて非中心力というが、これが強い。非中心力及び中心力共に、状態によって符号までも変る) による固化がありうるかという問題は、新しい課題である。最近、 π 中間子 1 個の交換によるポテンシャル (one-pion-exchange potential, OPEP と略起している) の強いテンソル力によって、特徴的なスピン配列の一次元的“固体”の可能性が明らかにされてきている。

OPEP は、2 核子間の交換 π 中間子の質量と運動量を m_π , \mathbf{k} とし、 π - 核子結合
 常数を f とするとき、 \vec{r}_1 と \vec{r}_2 にある 2 核子間に

$$v_{\text{OPE}}(1, 2) = -\left(\frac{f}{m_\pi}\right)^2 (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \int \frac{d\vec{k} (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k}) (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k})}{(2\pi)^3 (m_\pi^2 + k^2)} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}$$

のように働く。($\hbar = c = 1$ とした。) $\vec{\sigma}_i, \vec{\tau}_i$ ($i=1, 2$) はスピン及びアイソスピン
 演算子である。中性子系のみを扱うのならば、 $(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) = 1$ としてよい。これを、空
 間表示にもっていき、 δ 関数部分をはずすと、

$$v_{\text{OPE}}(1, 2) = m_\pi \left(\frac{f^2}{4\pi}\right) \frac{1}{3} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) Y(m_\pi r) + S_{12} Z(m_\pi r)]$$

$$r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|, \quad Y(x) = e^{-x}/x, \quad Z(x) = (1 + 3/x + 3/x^2) Y(x)$$

$$S_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})/r^2 - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$$

となる。第一項はスピン依存の中心力(弱い)で、第二項がテンソル力(強い)で磁気
 双極子間に働く力に似た方向依存性をもつ力である。このテンソル力は、通常の Fermi
 gas や等方流体では、定義からしてその期待値は消える。しかし、局在した核子間に
 は、次のような力として作用する。今、核子 1 に相対的に \vec{r} 方向(スピン量子化軸よ
 り θ_r だけふれた方向)は核子 2 があるとしよう。スピン平行ならば、テンソル力
 $S_{12} v_T(r)$ のスピン状態期待値は、例えば、

$$\langle \chi_\uparrow(1) \chi_\uparrow(2) | S_{12} | \chi_\uparrow(1) \chi_\uparrow(2) \rangle v_T(r) = (3 \cos^2 \theta_r - 1) v_T(r)$$

となり、 v_{OPE} のように $v_T(r) > 0$ ならば、 $\theta_r = 90^\circ$ 方向が有利である。また、反
 平行スピンでは、

$$\langle \chi_\uparrow(1) \chi_\downarrow(2) | S_{12} | \chi_\uparrow(1) \chi_\downarrow(2) \rangle v_T(r) = (-3 \cos^2 \theta_r + 1) v_T(r)$$

で、 $v_T(r) > 0$ では、 $\theta_r \simeq 0^\circ$ 方向が有利である。従って、OPEP のテンソル力を生
 かす核子系(今は中性子のみ)の配位は、図 1 のように、同種粒子は一つの層では同じ
 スピンの向き、最近接層では逆スピンという、交代的層状スピン構造(Alternating-

Layer-Spin, 略して [ALS] 構造とかくことにする) である。⁹⁾ (もし、陽子が混在するならば、陽子系については中性子系と同じになるが、中性子と陽子是一个の層で逆スピンをとることで同様にやれる。)

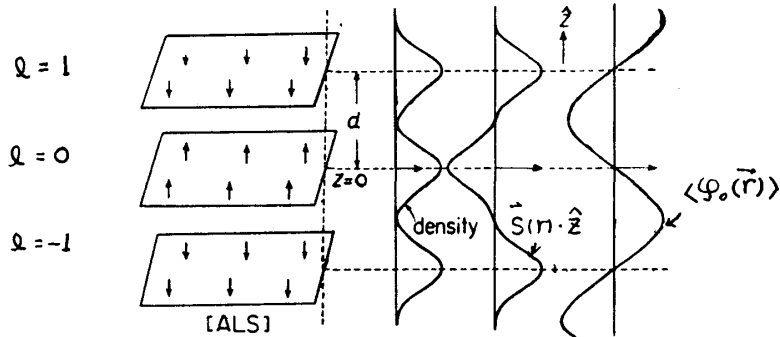


図1. 中性子系の [ALS] 構造と密度 $\rho(\vec{r})$, source function

$\vec{S}(\vec{r})$ 及び結果として生ずる π° 場 $\langle \phi_0(\vec{r}) \rangle$ の模式図。

図2と比較すると、この図は大体 $\rho \simeq 5\rho_0$ の状況に近い。

[ALS] 構造では、相互作用では有利だが、局在のため運動エネルギーが増大が生じてくる。相互作用の方での有利さを損うことなく、運動エネルギーの不利を最小にする配位は、量子化 (Z) 方向には局在するが (1次元局在)、これに $\perp(x,y)$ 方向では平面波 (2次元 Fermi circle) をとるモデルである。¹⁰⁾ Slater 行列の base となる一体波動関数を次のようにとる:

$$\psi_{\vec{q}}(\vec{r}, \text{spin}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{\perp}}} e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \phi_{\ell}(z) \chi_{\sigma_{\ell}}(\text{spin})$$

ここで、 $\vec{q} = (q_x, q_y)$, $\vec{x} = (x, y)$, Ω_{\perp} は2次元体積, σ_{ℓ} は ℓ 番目の層でスピンの $\sigma_{\ell} = (-1)^{\ell}$ であるとする。 $\phi_{\ell}(z)$ は最も直観的にわかり易い形として、 $z_{\ell} \equiv \ell d$ (d は層間距離) とするとき、

$$\phi_{\ell}(z) = (a/\pi)^{1/4} \exp[-a/2 \cdot (z - z_{\ell})^2]$$

をとる。局在化がよければ ($\Gamma \equiv a d^2 \gtrsim 2$), $2d$ 離れた平行スピン最近接粒子間の直交性も保証される。計算結果はこれを裏付ける。

この状態で、OPEP の期待値 (direct) をとる:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \langle V_{\text{OPE}} \rangle_{\text{direct}}^{[\text{ALS}]} &= \frac{1}{2N} \sum_{\ell} \sum_{\ell'} \sum_{\vec{q}} \sum_{\vec{q}'} \langle \mathcal{N}_{\ell \vec{q}} \mathcal{N}_{\ell' \vec{q}'} | v_{\text{OPE}} | \mathcal{N}_{\ell \vec{q}} \mathcal{N}_{\ell' \vec{q}'} \rangle \\ &= - \left(\frac{f}{m_{\pi}} \right)^2 \rho \sum_{n \geq 0} \frac{k_z^2(n)}{(m_{\pi}^2 + k_z^2(n))} \exp \left[-\frac{k_z^2(n)}{2a} \right], \end{aligned}$$

ここで、 $k_z(n) \equiv (2n+1)\pi/d$ である。 $n \approx 0$ では、Gauss damping が強く効くので $k_c \equiv k_z(0) = \pi/d$ の運動量の π 中間子交換に集中した寄与が現れる。この k_c は丁度 π° 凝縮の運動量になっている意味で、single mode への集中を意味する。

Fermi gas では、 $\langle V_{\text{OPE}} \rangle_{\text{direct}}^{[\text{FG}]} = 0$ と消えていた寄与が、 $[\text{ALS}]$ 構造では大きい gain となって、局在化による運動エネルギーを凌駕するに至って、 $[\text{ALS}]$ 構造への転移が起る：

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{N} &= \left(\frac{E}{N} \right)^{[\text{ALS}]} - \left(\frac{E}{N} \right)^{[\text{FG}]} \\ &= \frac{3}{5} \epsilon_F \left[\frac{10 dk_F}{9\pi} - 1 \right] + \frac{\hbar^2 a}{4M} \\ &\quad + \frac{\langle V_{\text{OPE}} \rangle_{\text{direct}}^{[\text{ALS}]}}{N} + \left[\frac{\langle V_{\text{OPE}} \rangle_{\text{ex}}^{[\text{ALS}]}}{N} - \frac{\langle V_{\text{OPE}} \rangle_{\text{ex}}^{[\text{FG}]}}{N} \right] \end{aligned}$$

右辺第1項は2次元(層内)運動エネルギーの増加、第2項は1次元局在の零点振動エネルギー $\hbar\omega/4$ である。第4項は、exchange 項の $[\text{ALS}]$ 構造と Fermi gas 相での差である。計算を $\rho = \rho_0 \sim 5\rho_0$ の範囲で、エネルギー極小を search すると、例えば、 $\rho = \rho_0, 3\rho_0, 5\rho_0$ で $\Gamma = 5, 8, 10$ で $\Delta E/N = 6, 42, 96 \text{ MeV}$ となる。OPEPのみを用いた場合には、転移密度 $\rho_s \cong 0.85\rho_0$ であり、 ρ_s をこえると、系は直ちによく局在化することが示される(図2)。ここで述べたやり方は、変分的アプローチであるが核子系のこの coherent 状態は、スピン密度波と見做す立場から Hartree 近似の下で解いてえられることが、名大グループの研究で明らかにされている。¹¹⁾

現実的核力の場合には、テンソル力 $v_T(r)$ は OPEP のそれに比して、主に ρ 中間子の寄与によって内側で弱まるので、このように大きい energy gain はなく話は微妙にな

ってくる。しかし、核子の励起状態 $\Delta(1236\text{MeV})$ の効果によって、3体力より来る有効テンソル力が OPEP のそれと同符号で働くことがわかっている⁹⁾、これまで考慮すると、 $\rho \gtrsim \rho_0$ ともなると、[ALS] 相について、ここで得た結果に近い状況になるう。

3. π^0 凝縮と核子系の [ALS] 構造

このように核子系が [ALS] 構造をもつと、図 1、2 に示したように、核子系が周期

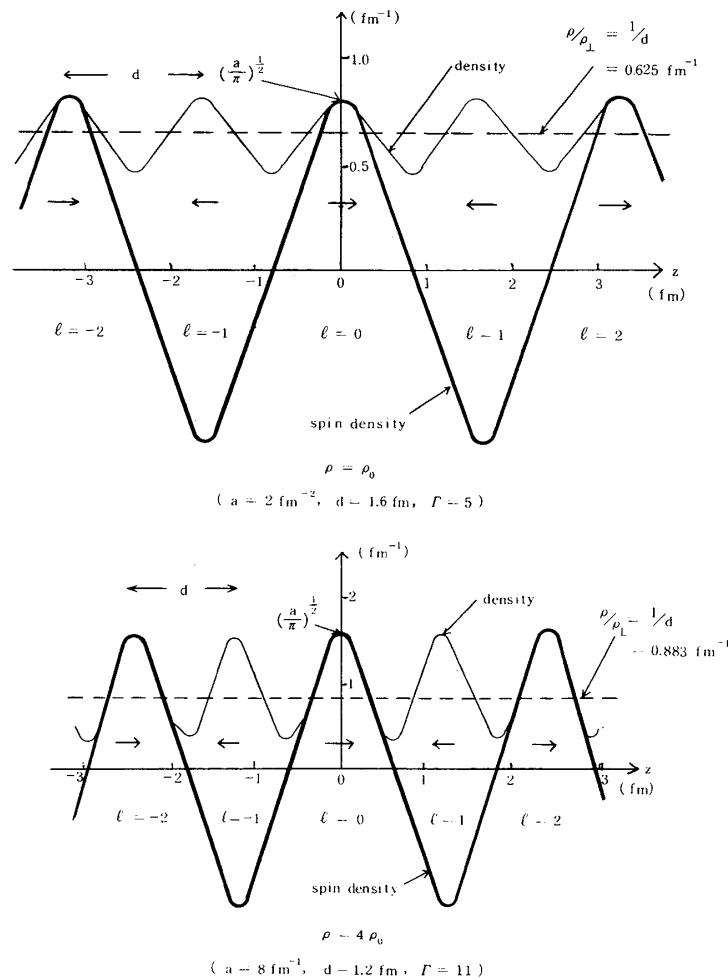


図 2.. $\rho = \rho_0$ と $\rho = 4 \rho_0$ の場合の中性子系の z 方向の局在化の様相 ($|\phi_\ell(z)|^2 = (a/\pi)^{\frac{1}{2}} \exp[-a(z-z_\ell)^2]$)。太実線は spin density, 破線は 1 次元的な平均密度である。通常の密度も示してある。矢印はスピンの向きを示す。

的 (2d を周期に) はスピン密度をもつことになる。所で、pseudoscalar の π 中間子場の source function は、まさにこのスピン密度によって与えられる。¹²⁾ π^0 場の基底状態期待値 $\langle \varphi_0 \rangle$ は、

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - m_\pi^2) \langle \varphi_0 \rangle &= - (f/m_\pi) \nabla \cdot \langle \text{ALS} | (\psi^\dagger \vec{\sigma} \psi) | \text{ALS} \rangle \\ &= - (f/m_\pi) \rho_\perp \frac{d}{dz} \left[\sum_l |\phi_l(z)|^2 (-1)^l \right] \end{aligned}$$

によって与えられる。右辺を Fourier 展開したときの主要項は、 $k_c = \pi/d$ の成分となり、 $\langle \varphi_0 \rangle \propto \sin k_c z$ に凝縮した π^0 場となっていることが示される。実際 $\langle \varphi_0 \rangle$ がこの場の方程式の解である限り、 π^0 場を陽に入れた記述と π^0 場を消去して v_{OPE} を用いる記述の同等性が、Hartree 近似 (direct 項のみ) の下で示される。¹⁰⁾ このように、 π^0 場と核子系とは場と源の関係によって、核子系でみると 1 次元局在スピンの [ALS] 構造という量子“固体”であり、 π^0 場でみれば凝縮¹³⁾ となるのである。状況は、 π^0 凝縮としてよりは、量子“固体”として顕著に特徴が現れることであることを強調しておきたい。

研究会では、主にこの [ALS] 構造の安定性について討論があったことを附記する。

- 1) P. W. Anderson and R. G. Palmer, Nature Phys. Sci. **231** (1971), 145.
- 2) D. Pines, J. Shaham and M. Ruderman, Nature. Phys. Sci. **237** (1972), 83.
- 3) D. M. Ceperley, G. V. Chester and M. H. Kalos, Phys. Rev. **D13** (1976), 3208.
- 4) D. N. Lowy and C. -W. Woo, Phys. Rev. **D13** (1976), 3201.
- 5) D. Schiff, Nature Phys. Sci. **243** (1973), 130.
- 6) F. Iwamoto and H. Namaizawa, Prog. Theor. Phys. Supplement **37 & 38** (1966), 234.
- 7) V. Canuto and J. Lodenquai, Phys. Rev. **C12** (1975), 2033.
- 8) M. T. Takemori and R. A. Guyer, Phys. Rev. **D11** (1975), 2696.
- 9) T. Takatzuka, K. Tamiya and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **56** (1976), 685.
- 10) T. Takatzuka and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **58** (1977), No. 2.
- 11) T. Matsui, K. Sakai and M. Yasuno, Prog. Theor. Phys. **57** (1977), 1453.
- 12) R. Tamagaki and T. Takatzuka, Prog. Theor. Phys. **56** (1976) 1340.
- 13) A. B. Migdal, Nucl. Phys. **A210** (1973), 421.